مجله علمی پژوهشی «پژوهش‌های برنامه درسی»
انجمن مطالعات برنامه درسی ایران
دوره چهاردهم، شماره دوم، پیاپی ۲۸، پاییز و زمستان ۱۴۰۳
صفحه‌های ۱۷۰- ۱۴۷

دانش محتوایی دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از احتمال: عاملی اساسی در تدریس کارآمد مفاهیم احتمالاتی

مجتبی اسکندری[۱]، ابراهیم ریحانی*[۲]، زهرا رحیمی[۳] و احسان بهرامی سامانی [۴]

چکیده

هدف از انجام این مطالعه، بررسی درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفاهیم احتمال است. این پژوهش یک مطالعه توصیفی از نوع زمینه‌یابی است. جامعه آماری، کلیه دانشجومعلمان دوره کارشناسی در رشته آموزش ابتداییِ پردیس‌های دانشگاه فرهنگیان استان مرکزی است که درس ریاضیات پایه را گذرانده‌اند. نمونه آماری شامل ۱۳۷ دانشجومعلم است که به روش خوشه‌ای انتخاب شدند. ابزار جمع‌آوری داده‌ها، آزمونی محقق‌ساخته، شامل پنج مفهوم احتمالاتیِ فضای نمونه، احتمال وقوع یک پیشامد، عادلانه بودن، مقایسه احتمال‌ها و احتمال شرطی بود. روایی این آزمون توسط سه تن از اعضای هیأت علمی دانشگاه‌های شهر تهران و پایایی آن با روش آلفای کرونباخ مورد تأیید قرار گرفت. به منظور تحلیل و طبقه‌بندی پاسخ‌های ارائه شده، از مدل سولو استفاده شد. این مدل پاسخ‌های ارائه شده به سؤالات ریاضی را در پنج سطح پیش‌رونده پیش‌ساختاری، تک‌ساختاری، چندساختاری، رابطه‌ای و انتزاع تعمیم‌یافته، دسته‌بندی می‌کند. نتایج این مطالعه نشان داد که در هر پنج مفهومِ احتمالاتی، کمتر از نصف دانشجومعلمان موفق به ارائه پاسخی کامل در سطح رابطه‌ای شدند. هم‌چنین، تحلیل داده‌ها بر حسب رشته تحصیلی مشارکت‌کنندگان در دوره دبیرستان، حاکی از عملکرد بهتر دانش‌آموختگان رشته‌های علوم تجربی و ریاضی و فیزیک و نیز عملکرد ضعیف‌تر دانش‌آموختگان رشته علوم انسانی است.

واژه‌های کلیدی: دانشجومعلمان، دوره ابتدایی، مفاهیم احتمال، مدل سولو، دانش محتوایی

۱- دانشجوی دکتری رشته آموزش ریاضی، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.
۲- دانشیار گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.
۳- استادیار گروه آموزش و پرورش، دانشکده روان‌شناسی و علوم تربیتی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران.
۴- دانشیار گروه آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.
*. نویسنده مسئول مقاله: e_reyhani@sru.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۳/۲۱ تاریخ دریافت مقاله نهایی: ۱۴۰۳/۰۵/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۲۰

مقدمه

مبحث احتمال، به محتوای کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای کشور ایران در دوره ابتدایی راه یافته است و در حال حاضر، مفاهیم احتمالاتی نظیر پیشامد تصادفی، فضای نمونه، احتمال وقوع یک پیشامد، مقایسه احتمال‌ها و عادلانه بودن از پایه دوم تا ششم، معرفی می‌شود و توسعه می‌یابد. از سوی دیگر، احتمال در برنامه درسی ملی (۱۳۹۱) نیز مورد تأکید است و به عنوان یکی از مفاهیم اساسی قلمرو حوزه تربیت و یادگیری ریاضیات، از آن نام برده شده است (ص ۳۴). هم‌زمان با اضافه شدن این حیطه از ریاضیات به کتب درسی، لازم است معلمانی که مسئول آموزش این مفاهیم هستند، آموزش مناسب را برای تدریس بهینه این مباحث، دریافت کنند. چرا که تدریس موفقیت‌آمیز احتمال، نیازمند آماده‌سازی مناسب و کافیِ معلمان است (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024).

با وجود اهمیت تجهیز معلمان به دانش و مهارت کافی در تدریس مفاهیم ریاضی، نتایج برخی از مطالعات بین المللی حاکی از آن است که برنامه‌های درسی آموزش معلمان، به‌ویژه معلمان ابتدایی، چنانچه باید، موجب تسلط آنها بر مفاهیم احتمالاتی نمی‌شود و در نتیجه آنها را برای تدریس احتمال آماده نمی‌کند (Kurt & Coşkuntuncel, 2020; Ruz et al., 2021; Batanero, 2022; Brückler & Milin Šipuš, 2023). در این خصوص Batanero (2022) اذعان می‌دارد که هیچ آمادگی خاصی برای معلمان وجود ندارد، بلکه فقط (در بهترین حالت) آموزش عمومی در آموزش ریاضیات وجود دارد. زمانِ کمی که در دوره آموزش به معلمان اختصاص داده می‌شود و تنوع موضوعاتی که باید در طول این دوره مطالعه کنند، منجر به این می‌شود که آنان اغلب آمادگی خاصی در یاددهی احتمال نداشته باشند. نتایج مطالعات اندکِ انجام شده در ایران (Kaedi, 2017; Shamel, 2023) و نیز تجربه نویسنده اول این مطالعه که در دانشگاه فرهنگیان مشغول به تدریس است، مؤید وضعیتی مشابه در ایران است. اکثر دانشجومعلمان رشته آموزش ابتدایی در واحد درسی ریاضیات پایه، با برخی موضوعات ریاضی، به صورت کلی و مختصر، آشنا می‌شوند و کمتر به حوزه احتمال به صورت تخصصی پرداخته می‌شود؛ این امر سبب می‌شود که معلمان آینده دوره ابتدایی، آمادگی لازم را برای تدریس مفاهیم احتمالاتی کسب نکنند.

رویکردهای گوناگونی برای مقابله با این عدم آمادگی وجود دارد که رایج‌ترین آنها اولویت دادن به توسعه دانش محتوایی معلمان ابتدایی است (Denton, 2023). Shulman (1986) در نظریه خود پیرامون دانش های مورد نیاز معلمان بر اهمیت سه دانشِ محتوایی، آموزشِ محتوا و برنامه‌درسی در تربیت معلمان تأکید کرده و بیان داشته است که دانش محتوایی به میزان و سازماندهی دانش در ذهن معلم اشاره دارد. Hill et al (2008) نیز بر این باورند که دانش محتوایی تخصصی یکی از دانش‌های اساسی مورد نیاز معلمان است و این دانش، به معلمان اجازه می‌دهد تا در تکالیف خاص یاددهی، شامل نحوه ارائه دقیق و صحیح ایده‌های ریاضیاتی، ارائه توضیحات ریاضی برای قوانین و رویه‌های متداول و بررسی و درک راه حل‌های غیرمعمول برای مسائل، درگیر شوند. این بخش از دانشِ مورد نیاز معلمان شامل احتمال نیز هست. در واقع، با توجه به حضور مفاهیم احتمال در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی، به عنوان یکی از موضوعات تخصصی ریاضی، معلمان و دانشجومعلمان دوره ابتدایی باید درک عمیق و دقیقی از مفاهیم احتمال کسب کنند. از این رو، در فرایند آماده‌سازی معلمان برای تدریس احتمال، بدیهی است که باید دانش محتوایی تخصصی معلم در احتمال و

هم‌چنین، دانش آموزش محتوای وی مد نظر قرار گیرد. اول و مهمتر از همه، دانش محتوایی معلمان از احتمال است (Stohl, 2005; Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2018; Álvarez-Arroyo et al, 2024). معلمی که دانش محتوایی لازم را نسبت به احتمال نداشته باشد، طبیعتاً در سایر دانش‌های مربوط به آموزش این محتوای تخصصی نیز با مشکل مواجه خواهد بود. برخورداری معلم از دانش محتوایی ریاضی، مطمئناً شرط کافی برای تدریس کارآمد ریاضی توسط او نیست، اما شرط لازم برای آن است (برنامه درسی رشته آموزش ابتدایی، دوره کارشناسی پیوسته، ۱۳۹۹).

کسب بخش اعظم و اصلی دانش محتوایی و دانش آموزشِ محتوای معلمان، بایستی در دوره تربیت معلم اتفاق افتد. جایی که از دانشجومعلمانِ دانشگاه فرهنگیان و حتی ورودی‌های آزمون‌های استخدامی در آموزش و پرورش، انتظار می‌رود که دانش‌های لازم در موضوعات گوناگون ریاضی، از جمله احتمال را به‌دست آورند. معلمان برای آموزش احتمال به آمادگی خاصی نیاز دارند (Batanero et al, 2016). بدون آموزش خاص در مورد احتمالات و آمار، دانشجومعلمان و معلمان مشغول به کار (و شاید برخی از آموزش‌گران معلم[1]) ممکن است به باورها و شهود خود تکیه و بدان بسنده کنند (Stohl, 2005). با این حال، حداقل دو عامل بر میزان و کیفیت دانش احتمالاتی دانشجومعلمان دوره ابتدایی، اثر خواهد داشت. نخست، دانشی است که دانشجومعلمان از دوران دبیرستان کسب کرده‌اند و دیگری کمیت و کیفیت آموزش‌ها در دوران تحصیل در دانشگاه‌های تربیت معلم است. در خصوص عامل اول، ممکن است دانشجومعلمان در دوران دبیرستان، مفاهیم احتمالاتی را درک نکرده (Huerta, 2018) یا این مفاهیم را فراموش کرده باشند (Gómez-Torres, 2018). این عامل در دانشجومعلمان ابتدایی کشور –به ویژه در آنهایی که در رشته علوم انسانی تحصیل کرده‌اند– مشهود است. در خصوص عامل دوم، یعنی کمیت و کیفیت آموزش احتمال در دوره تربیت معلم ابتدایی نیز، چنانچه پیشتر ذکر شد، وضعیت چندان مطلوب نیست. به عنوان مثال، Batanero & Díaz (2012) اذعان داشته‌اند که بسیاری از برنامه‌های فعلی، هنوز معلمان را به اندازه کافی برای یاددهی آمار و احتمالات آموزش نمی‌دهند. آنها هم‌چنین، معتقدند که حتی دانشجومعلمان ریاضی به اندازه کافی برای تدریس احتمال آماده نمی‌شوند و اوضاع برای معلمان ابتدایی چالش برانگیز است، چرا که تعداد معدودی از آنها آموزش‌های مناسبی در زمینه احتمال نظری یا کاربردی دیده‌اند و دوره‌های آماری مقدماتی مرسوم، دانش تعلیمی مورد نیاز آنها را فراهم نمی‌کند.

نظر به موارد مذکور در بندهای فوق، دوره‌های تربیت معلم باید تا حدامکان، معلمان ابتدایی آینده را برای تدریس موضوعات ریاضی گوناگون از جمله احتمال آماده کند. چرا که شرط اجرای موفقیت‌آمیز برنامه‌درسی احتمالاتی آن است که معلمان دارای دانش ریاضی مناسب برای تدریس باشند (Hourigan & Leavy, 2020). یکی از ملزومات آمادگی دانشجومعلمان، ارتقاءِ هم‌زمان دانش محتوا و دانش آموزش محتوا است (Ruz et al., 2021). این آمادگی باید شامل یادگیری عمیقِ ویژگی‌های ریاضی احتمال در معانی گوناگون آن و دانش آموزش محتوایِ مرتبط باشد. هم‌چنین، مهم است که ویژگی خاص احتمال را در نظر بگیریم، که برخلاف سنت قطعی در سایر حوزه‌های ریاضی است (Batanero, 2022). به اعتقاد Park & Lee (2018) آموزشِ دانشجومعلمان ابتدایی، باید فرصتی برای روبرو شدن با تکالیفی با زمینه دنیای واقعی را برای آنها فراهم آورد و موجب شود که آنها در مورد تفکرشان و هم‌چنین، راهکارهای مناسب برای شناسایی بدفهمی‌های دانش

[1]. Teacher educators

آموزان و تصحیح آن، بحث کنند. در مجموع، بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه آموزش معلمان برای تدریس احتمال، نشان می‌دهد که آنها باید حداقل با سه مقوله مرتبط با احتمال آشنا شده و به درک کاملی نسبت به آنها برسند:

اول، مفاهیم اساسی احتمال در هر دوره تحصیلی است. در آخرین نسخه از برنامه درسی رشته آموزش ابتدایی (مصوب ۱۳۹۹)، برای درس «ریاضیات پایه» محتواهایی چون مجموعه‌ها، اعداد طبیعی و عملیات، اعداد کسری و... به همراه «آمار و احتمال» تعریف شده است. در بخش احتمال از سند مذکور، به مفاهیمِ قطعیت و عدم قطعیت (پدیده‌های قطعی و تصادفی)، فضای نمونه‌ای، پیشامدهای تصادفی، احتمال وقوع یک پیشامد و برابر بودن شانس وقوع پیشامدها، به عنوان مفاهیم احتمالاتی که دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی باید فرا بگیرند و تسلط یابند، اشاره شده است. بر اساس مطالعه Eskandari et al (2024)، مفاهیم احتمالاتی که در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی مورد آموزش قرار می‌گیرد شامل آزمایش تصادفی، فضای نمونه، احتمال وقوع یک پیشامد، مقایسه احتمال‌ها و عادلانه بودن است. Mooney et al (2014) نیز بیان داشتند که در طراحی برجسته‌ترین چارچوب‌های بررسی و طبقه‌بندی تفکر احتمالاتیِ دانش‌آموزان، مفاهیم فضای نمونه، احتمال وقوع پیشامدهای ساده و مرکب، مقایسه احتمال‌ها، احتمالات شرطی و استقلال، مورد تأکید و استفاده پژوهشگرانِ مطرح این حوزه قرار گرفته‌اند. لذا، ضرورت دارد دانشجومعلمان در دوره آموزش خود با این مفاهیم آشنا شده و اقدام به حل و طرح تکالیفی شامل این مفاهیم نمایند. مسلماً بررسی تکالیف احتمالاتی ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی و آگاهی و تسلط بر اهداف و شیوه انجام آنها بر موفقیت معلمان در امر تدریس احتمال، حائز اهمیت خواهد بود.

دوم، آشنایی و آگاهی از تعابیر گوناگونی است که از احتمال وقوع یک پیشامد وجود دارد. تعابیری مانند شهودی، نظری، تجربی، ذهنی و اصل موضوعی (Kazk & Leavy, 2022; Gandhi, 2022; Borovcnik & Kapadia, 2018; Eskandari et al, 2023)؛

سوم، مشکلات و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در یادگیری مفاهیم احتمال، مانند نماینده‌بودن[1]، هم‌احتمالی[2]، عدم توانایی شمارش تمام حالت‌های ممکن، قضاوت‌های ذهنی، مشکلات زبان‌شناختی و... (Ang & Shahrill, 2014; Savard, 2014; Kahaki et al, 2019). برخی از این بدفهمی‌ها مانند عدم توانایی نوشتن تمام حالات ممکن و مطلوب، رویکرد نتیجه[3]، استفاده از شهود در مقایسه احتمال، و نماینده‌بودن، در بین خود دانشجومعلمان نیز دیده شده است (Shamel, 2023). آشنایی با ماهیت این بدفهمی‌ها، دلایل ظهور آنها، روش های جلوگیری از بروز و یا رفع آنها، در ایجاد درک صحیح از احتمال و ایجاد علاقه در دانش‌آموزان نسبت به این حوزه از ریاضیات، برای دانشجومعلمان یک ضرورت خواهد بود.

در این پژوهش، بر مقوله اول، یعنی درک دانشجومعلمان از مفاهیم حوزه احتمال، که در دهه اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران و آموزشگران حوزه احتمال بوده است (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024)، تمرکز شده است تا مشخص شود دانشجومعلمان گروه نمونه، مفاهیم احتمال را در چه سطحی می‌شناسند و تا

[1]. Representativeness
[2]. Equiprobability
[3]. Outcome approach

چه اندازه قادرند مسائلی را که شامل این مفاهیم است، به درستی حل کنند. برای این منظور، پاسخ دانشجومعلمان گروه نمونه با استفاده از مدل سولو[1] مورد بررسی قرار گرفت. این مدل در ادامه مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. نتایج این مطالعه می‌تواند مورد استفاده آموزش‌گران معلمان و هم‌چنین، برنامه‌ریزان و مؤلفان منابع درسیِ دانشجویان کارشناسی آموزش ابتدایی قرار گیرد تا با اطلاع از وضعیت موجود، در تهیه منابع آموزشی مناسب و تدریس کارآمد آن در دانشگاه فرهنگیان و نیز سایر دوره‌های آموزش معلمان، از جمله کلاس‌های ضمن خدمت معلمان مشغول به کار، اقدامات مقتضی و مناسب را انجام دهند.

سولو ریشه در ایده‌های رشد مرحله‌ای پیاژه و مفاهیم پردازش اطلاعات در دهه ۱۹۷۰ دارد و به تجزیه و تحلیل پاسخ‌های ارائه شده به سؤالات مطرح شده در زمینه‌های گوناگون موضوعی/ عنوانی مدرسه‌ای می پردازد. سولو روشی نظام‌مند برای توصیف چگونگی افزایش پیچیدگی عملکرد یادگیرنده هنگام یادگیری و مسلط شدن بر بسیاری از تکالیف تحصیلی، ارائه می‌دهد (Biggs and Tang, 2011) و کشورهای سراسر جهان می‌توانند آن را در آموزش، یادگیری و ارزشیابی ریاضیات بگنجانند (Adeniji et al, 2022). مراحل تحول رشد شناختی در این مدل به پنج حالت تقسیم شده است که به گفته Pegg (2018) مشابه مراحل پیاژه است ولی با آن تفاوت‌هایی دارد. این پنج حالت، حسی-حرکتی (بلافاصله بعد از تولد)، تصویری (از دو سالگی)، عینی-نمادین (از شش یا هفت سالگی)، صوری (از پانزده یا شانزده سالگی) و فراصوری (احتمالاً از حدود بیست و دو سالگی)، هستند. این حالت‌ها، سطوحی از انتزاع هستند که از کنش‌های عینی به سمت مفاهیم و اصول انتزاعی پیش می‌روند و اساس مراحل رشد را تشکیل می‌دهند (Biggs & Collis, 1991).

چگونگی و میزان رشد در این مراحل، یعنی ترتیب سطوح پاسخ در یک حالت نیز در این مدل مورد توجه و بررسی قرار می‌گیرد (Biggs & Collis, 1991). در هر حالت، با توسعه یادگیری، پاسخ‌ها پیچیده‌تر می شوند. این رشد بر حسب سطوح توصیف می‌شود. سطح به یک الگوی فکری اشاره دارد که در آنچه یادگیرنده می‌گوید، می‌نویسد و یا انجام می‌دهد آشکار می‌شود (Pegg, 2018). چارچوب موضعی پیشنهاد شده توسط مدل سولو، شامل چرخه‌ای بازگشتی از سه سطح است. مرحله اول چرخه، سطح تک‌ساختاری است و در آن یادگیرنده بر مسئله متمرکز شده است، اما فقط از یک بخش از داده مرتبط استفاده می‌کند. سطح چندساختاری پاسخ، دومین سطح است و در آن یادگیرنده بر دو یا چند داده تمرکز دارد، بدون آنکه هیچ‌گونه رابطه‌ای بین آنها درک شود و هیچ تلفیقی بین اجزای گوناگون اطلاعات وجود داشته باشد. سطح سوم، سطح رابطه‌ای پاسخ است که در آن یادگیرنده بر تمام داده‌های در دسترس متمرکز است به طوری که هر داده، در موزائیک کلی روابط تنیده شده است تا به کل، یک ساختار منسجم بدهد (Pegg & Tall, 2005). به این سه سطحِ میانی، دو سطح دیگر نیز اضافه می‌شود؛ یکی سطح مقدمِ پیش‌ساختاری که با بسته بودن بسیار زیاد و سازگاری بسیار کم مشخص می‌شود؛ در واقع، دانش‌آموز در این سطح به سادگی با گفتن «من نمی‌دانم»، تکرار صورت سؤال، یا با تبدیل برخی موارد نامربوط، کار را تمام می‌کند. دیگری، سطحِ انتزاع تعمیم‌یافته که در آن، پاسخ، فراتر از آن چیزی است که در یک پاسخ رابطه‌ای، ارائه شده/ انتظار می‌رفته است (Biggs & Tang, 2011; Biggs & Collis, 1982).

---

1. Structure of Observed Learning Outcome (SOLO)

در ایران مطالعات زیادی در زمینه بررسی درک و دانش دانشجومعلمان از مفاهیم احتمال انجام نشده است. در یکی از این پژوهش‌ها، Kaedi (2017) به بررسی سطح دانش موضوعی و دانش پداگوژی دانشجو معلمان رشته ریاضیِ و ابتدایی دانشگاه فرهنگیان در حوزه احتمال، پرداخته است. وی در پایان پژوهش خود گزارش داده است که شرکت‌کنندگان از مفاهیم ریاضیاتی احتمال مانند فضای نمونه، استقلال پیشامدها، ناسازگاری و متمم آگاهی اندکی داشتند. هم‌چنین، اظهار داشته است که دانش و فهم به‌کار رفته در [دانشجومعلمان] رشته آموزش ابتدایی از نوع ابزاری است. Shamel (2023) نیز با بررسی درک و فهم و بدفهمی‌های دانشجومعلمان دوره کارشناسی رشته آموزش ابتدایی در مبحث احتمال، وجود شش بدفهمی احتمالاتیِ عدم توانایی نوشتن تمام حالات ممکن و مطلوب، نمایندگی، عدم درک مفهوم جزء به جزء و جزء به کل، رویکرد نتیجه، عدم درک نسبت و تناسب و استفاده از شهود (اثر بصری) در مقایسه احتمال را در بین دانشجومعلمان، گزارش داده است.

پژوهش‌هایی هم در خارج از کشور به بررسی دانش و درک دانشجومعلمان از احتمال و مفاهیم مربوط به آن پرداخته‌اند. برای مثال Dollard (2011) نحوه تفکر دانشجومعلمان دوره ابتدایی را در مورد موقعیت‌هایی که شامل احتمال است، مورد بررسی قرار داد. در مطالعه وی، بیست و چهار دانشجومعلم که هنوز احتمال را به عنوان بخشی از دروس ریاضیات دوره دانشجومعلمی ابتدایی، مطالعه نکرده بودند، با استفاده از یک مصاحبه تکلیف–محور، مورد مصاحبه قرار گرفتند. پاسخ‌های آنها به مصاحبه، طیف گسترده‌ای از بدفهمی‌ها را در مورد معنای احتمال نشان داده است. Hourigan & Leavy (2020) به بررسی درک احتمالاتی نمونه‌ای از ۱۰۴ دانشجومعلم ابتدایی پرداختند. آنها در مطالعه خود بر روی یک جنبه خاص از این دانش، یعنی درک عادلانه بودن احتمالاتی، تمرکز داشتند. مطالعه آنها رویکردهایی را که دانشجومعلمان هنگام طراحی فعالیت‌های عادلانه و ناعادلانه برای استفاده در کلاس‌های ابتدایی مدنظر داشتند، مورد بررسی قرار داده است. یافته‌های این مطالعه نشان داد که تقریباً نیمی از شرکت‌کنندگان با موفقیت فعالیت‌های عادلانه و ناعادلانه را برای سه مولد تصادفی گوناگون طراحی کردند. با این حال، آنها در پایان مطالعه خود، بیان داشتند که ضروری است به بررسی درک دانشجومعلمان از عادلانه بودن احتمالاتی، توجه بیشتری شود. Alonso-Castaño et al. (2021) در مطالعه خود به بررسی و تعیین دانش ریاضیاتی دانشجومعلمان در طراحی و حل یک تکلیف احتمالاتی برای دانش آموزان ۱۱ تا ۱۲ ساله پرداختند. نتایج پژوهش آنها نشان داد حدود ۵۰درصد از دانشجومعلمانِ شرکت‌کننده در مطالعه از دانش کافی محتوایی عمومی و محتوایی تخصصی ریاضی برخودار بودند؛ ولی تقریباً نیمه دیگر آنها، کمبود دانش محتوایی عمومی و محتوایی تخصصی را از خود نشان دادند.

این مطالعه فقط بر دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی، به عنوان اولین آموزشگرانی که مفاهیم احتمال را در دانش‌آموزان زمینه‌سازی می‌کنند، تمرکز دارد. هم‌چنین، تکالیف آزمون نیز بر مبنای مفاهیم احتمالاتیِ اساسی که در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی کشور ایران معرفی می‌شوند، طراحی شده‌اند تا مشخص شود دانشجومعلمان گروه نمونه، مفاهیم احتمالاتی را در چه سطحی می‌شناسند و تا چه اندازه قادرند مسائلی را که شامل این مفاهیم است، به درستی حل کنند.

روش پژوهش

این مطالعه از نوع توصیفی- پیمایشی است. جامعه آماری شامل همه دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی در پردیس‌های دانشگاه فرهنگیان استان مرکزی است که واحد درسیِ «ریاضیات پایه» را با موفقیت گذرانده‌اند. نمونه آماری نیز ۱۳۷ دانشجومعلم از دو پردیس دانشگاه فرهنگیان در استان مرکزی است که با روش خوشه‌ای انتخاب شدند (جدول ۱).

جدول ۱. فراوانی نمونه آماری پژوهش بر حسب جنسیت و رشته تحصیلی در دبیرستان

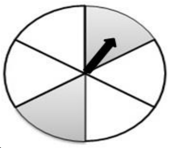
رشته / جنسیت	انسانی	تجربی	ریاضی	جمع
پسر	۳۴	۳۴	۱۱	۷۹
دختر	۳۳	۱۵	۱۰	۵۸
جمع	۶۷	۴۹	۲۱	۱۳۷

ابزار پژوهش آزمونی محقق‌ساخته شامل ۴ تکلیف[۱] بود که سه مورد از آنها شامل بیش از یک سؤال بود؛ در واقع دانشجویان به ۹ سؤال پاسخ دادند (شکل ۱). این سؤالات بر مبنای درک مشارکت‌کنندگان از پنج مفهوم پرکاربرد احتمال یعنی فضای نمونه، احتمال وقوع، عادلانه بودن، مقایسه احتمال‌ها و احتمال شرطی، طراحی شدند. روایی سؤالات توسط سه تن از اعضای هیات علمی دانشگاه‌های سراسری تهران در رشته‌های آموزش ریاضی، آمار و برنامه‌ریزی درسی، تأیید شد. قبل از بررسی پایایی آزمون، مجموعه‌ای از سؤالات به دو گروه از جامعه آماری ارائه و پس از تعیین ضریب دشواری و تمیز مجموعه سؤالات، سؤالاتی که ضریب دشواری و تمیز مناسبی داشتند، انتخاب شد. برای بررسی پایایی سؤالات، ضریب آلفای کرونباخ محاسبه و برابر ۰/۷۶ برآورد شد که بیانگر پایایی است.

۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. الف) فضای نمونه این آزمایش را تشکیل دهید و تعداد اعضای آن را بنویسید. ب) احتمال این پیشامد که حاصل جمع اعداد رو شده، یک عدد اول باشد، چقدر است؟ پ) اگر مجموع اعداد رو شده ۴ باشد، سپهر و اگر مجموع اعداد رو شده ۵ باشد، رضا برنده می‌شود. آیا این بازی عادلانه است- یعنی دو نفر شانس مساوی برای برنده شدن دارند- ؟ استدلال خود را توضیح دهید.
۲- به شما سه توپ سفید، یک توپ قرمز و دو جعبه یکسان داده شده است. توپ‌ها را به هر شکلی که دوست دارید در جعبه‌ها توزیع کنید. سپس به صورت تصادفی یکی از جعبه‌ها را انتخاب کنید و بدون نگاه کردن، یک توپ را به‌طور تصادفی از آن جعبه بیرون بکشید. اگر توپ قرمز باشد، برنده جایزه می‌شوید. چگونه باید توپ‌ها را در جعبه‌ها توزیع کنید تا شانس برنده شدن خود را به حداکثر برسانید؟ استدلال خود را توجیه کنید.

۱. سؤالات مذکور بخشی از آزمونی جامع‌تر مربوط به رساله دکتری در رشته آموزش ریاضی است که پرداختن به آن در قالب این مقاله نمی‌گنجد و بخش دیگر آن در قالب مقاله‌ای مجزا گزارش خواهد شد.

۳- علی و حسین یک بازی شانسی انجام می‌دهند؛ به این صورت که ابتدا چرخنده زیر را می‌چرخانند. اگر عقربه روی بخش رنگی ایستاد، یک سکه سالم و در غیر این صورت یک تاس شش وجهی سالم، پرتاب می‌شود. علی در صورتی برنده می‌شود که سکه رو بیاید و حسین در صورتی برنده می‌شود که تاس فرد بیاید.



الف) فضای نمونه این بازی را مشخص کنید و تعداد اعضای آن را بنویسید.
ب) احتمال برنده شدن علی را حساب کنید.
پ) آیا این بازی عادلانه است؟ چرا؟

۴- یک جعبه شامل ۵ تیله سفید و ۴ تیله قرمز است. اگر سه تیله به صورت پیاپی بیرون کشیده شود، احتمال سفید بودن هر سه تیله در حالت‌های زیر را محاسبه کنید. پاسخ‌های خود را با جزئیات بنویسید.
الف) با جایگذاری.
ب) بدون جایگذاری.

شکل۱. تکالیف احتمالاتی ارائه شده به دانشجومعلمان

تکلیف ۱ و ۳ ساختاری مشابه دارند که در هردوی آنها دانشجویان باید ابتدا فضای نمونه (همه حالات ممکن) را تعیین کنند؛ سپس احتمال وقوع یک پیشامد از فضای نمونه مربوطه را محاسبه نمایند و در نهایت با مقایسه احتمال وقوع دو پیشامد، عادلانه بودن/ نبودن بازی شانسی را تعیین کنند. تفاوت اصلی و مهم بین این دو مسئله، هم‌شانس بودن فضای نمونه در تکلیف ۱ و غیرهم‌شانس بودن فضای نمونه در تکلیف ۳ است. به عنوان مثال در تکلیف ۱، احتمال مشاهده برآمد (۳و۵) در پرتاب همزمان دوتاس برابر با ۳۵ برآمدِ دیگر بوده و لذا احتمال وقوع آن $\frac{۱}{۳۶}$ است. اما در تکلیف ۲، فضای نمونه شامل ۸ برآمد است که احتمال وقوع همه آنها با هم برابر نیست.

برای تحلیل پاسخ‌های ارائه شده توسط دانشجومعلمان به سؤالات آزمون، مدل سولو مورد استفاده قرار گرفت. به این صورت که بر اساس سطوح این مدل، چارچوبی توسط پژوهشگر اول اقتباس (جدول ۲) و پس از بررسی و تأیید آن توسط متخصصان حوزه آموزش ریاضی، آمار و برنامه‌ریزی درسی، به عنوان ابزار دسته‌بندی پاسخ‌های دانشجومعلمان، مورد استفاده قرار گرفت.

جدول۲. دسته‌بندی پاسخ دانشجومعلمان به تکالیف احتمالاتی با اقتباس از مدل سولو

سطح تفکر	مفهوم احتمالاتی	دانشجویی در این سطح قرار می‌گیرد که
پیش ساختاری	هر پنج مفهوم	پاسخی نداده، پاسخ کاملاً بی‌ربط است، پاسخ غیرمنطقی است و... .
تک‌ساختاری	فضای نمونه	تمام حالت‌های ممکنِ یک آزمایش تصادفی (یک یا چندمرحله‌ای) را فقط برای یکی از فضای‌های نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس فهرست می‌کند.
	احتمال وقوع	احتمال وقوع یک پیشامد را فقط برای یکی از فضای‌های نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس، محاسبه می‌کند.

	عادلانه بودن	عادلانه بودن یا عادلانه نبودن یک بازی/ موقعیت را فقط برای یکی از فضاهای نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس تعیین می‌کند.
	مقایسه احتمال	احتمال را فقط برای یک حالت از توزیع توپ‌ها در جعبه‌ها محاسبه می‌کند.
	احتمال شرطی	در بیرون کشیدن با جایگذاری و بدون جایگذاری، فقط اعداد یا فقط عملیات را درست تشخیص می‌دهد. لذا در هیچ کدام از دو حالت، پاسخ صحیح نمی‌دهد.
	فضای نمونه	تمام حالت‌های ممکنِ یک آزمایش تصادفیِ (یک یا چندمرحله‌ای) را برای یکی از فضای‌های نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس به طور کامل فهرست می‌کند و در فضای نمونه دیگر، فقط برخی داده‌ها را مدنظر قرار می‌دهد و لذا موفق به فهرست کردن همه حالت‌های ممکن در آن فضای نمونه نمی‌شود.
	احتمال وقوع	احتمال یک پیشامد را برای یکی از فضاهای نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس، محاسبه می‌کند ولی در فضای دیگر، فقط برخی داده‌ها را مدنظر قرار می‌دهد و لذا موفق به محاسبه احتمال در آن فضای نمونه نمی‌شود.
چندساختاری	عادلانه بودن	عادلانه بودن یا عادلانه نبودن یک بازی/ موقعیت را برای یکی از فضای‌های نمونه هم‌شانس یا غیر هم‌شانس تعیین می‌کند ولی در فضای دیگر، فقط برخی داده‌ها را مدنظر قرار می‌دهد و لذا موفق به تعیین عادلانه بودن یا نبودن یک بازی/ موقعیت در آن فضای نمونه نمی‌شود.
	مقایسه احتمال	احتمال را برای حداقل دو حالت از توزیع توپ‌ها در جعبه‌ها محاسبه می‌کند ولی نمی‌تواند ارتباط آنها را درک کند، ولذا پاسخ تکلیف مشخص نمی‌شود.
	احتمال شرطی	در بیرون کشیدن با جایگذاری و بدون جایگذاری، یکی را درست محاسبه می‌کند ولی در حالت دیگر، به دلیل اشتباه در انتخاب نوع عمل یا تشخیص عدد مناسب، نمی‌تواند پاسخ صحیح را به درستی محاسبه کند؛ یا اعداد و عملیات لازم را تشخیص می‌دهد ولی در انجام محاسبات اشتباه کرده و به جواب درست نمی‌رسد.
	فضای نمونه	تمام حالت‌های ممکنِ یک آزمایش تصادفیِ (یک یا چندمرحله‌ای) را هم برای فضای نمونه هم‌شانس و هم برای فضای نمونه غیرهم‌شانس، به درستی فهرست می‌کند.
	احتمال وقوع	احتمال وقوع یک پیشامد را هم در فضای نمونه هم‌شانس و هم در فضای نمونه غیرهم‌شانس، به درستی محاسبه می‌کند.
رابطه‌ای	عادلانه بودن	عادلانه بودن یا عادلانه نبودن یک بازی/ موقعیت را هم در فضای نمونه هم‌شانس و هم در فضای نمونه غیرهم‌شانس، به درستی تعیین می‌کند
	مقایسه احتمال	احتمال را برای حداقل دو حالت از توزیع توپ‌ها در جعبه‌ها محاسبه می‌کند یا تخمین می‌زند و با استدلال درست، بهترین حالت را انتخاب می‌کند.
	احتمال شرطی	در بیرون کشیدن با جایگذاری و بدون جایگذاری، با تشخیص و انتخاب درست اعداد و عملیات، پاسخ هر دو حالت را به درستی محاسبه می‌کند.
انتزاع تعمیم یافته	هر پنج مفهوم	با روشی منحصر به فرد به پاسخ صحیح دست می‌یابد یا به موضوع یا موردی اشاره می‌کند که فراتر از اطلاعات مسئله است.

یافته‌ها

در این بخش، عملکرد دانشجومعلمان در پاسخ‌گویی به تکالیف مربوط به هریک از مفاهیم احتمالاتی، به صورت جداگانه ارائه خواهد شد. به این صورت که ابتدا سؤال پژوهشی مربوطه و سپس جدول نتایج آورده شده است. پس از آن تحلیل اطلاعات، صورت گرفته است و در نهایت با توجه به محدودیت فضای مقاله، به یک نمونه از پاسخ دانشجومعلمان، اشاره شده است. ملاک انتخاب این نمونه‌ها از بین پاسخ‌های متعددِ ارائه شده، فراوانی پاسخ در سطوح تفکرِ مدل سولو بوده است؛ مثلاً، در درک دانشجومعلمان از مفهوم فضای نمونه، پاسخ‌هایی که در سطح تک‌ساختاری دسته‌بندی شده‌اند، دارای بیشترین فراوانی هستند و لذا یک نمونه پاسخ از سطح تک‌ساختاری، ارائه شده است.

۱- درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم فضای نمونه، در چه سطحی از مدل سولو قرار دارد؟

عملکرد مشارکت‌کنندگان در درک فضای نمونه در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول۳. عملکرد دانشجومعلمان در پاسخگویی به تکالیف مربوط به مفهوم فضای نمونه

سطوح تفکر	انسانی		تجربی		ریاضی		مجموع	
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
پیش‌ساختاری	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
تک‌ساختاری	۳۱	۴۶/۳	۱۵	۳۰/۶	۴	۱۹	۵۰	۳۶/۵
چندساختاری	۱۸	۲۶/۸۵	۲۰	۴۰/۸	۶	۲۸/۶	۴۴	۳۲/۱
رابطه‌ای	۱۸	۲۶/۸۵	۱۴	۲۸/۶	۱۱	۵۲/۴	۴۳	۳۱/۴
مجموع	۶۷	۴۸/۹	۴۹	۳۵/۸	۲۱	۱۵/۳	۱۳۷	۱۰۰

چنانچه در جدول ۳ مشهود است، درک هیچ یک از مشارکت‌کنندگان نسبت به فضای نمونه در سطح پیش‌ساختاری قرار ندارد. این یعنی، حداقل در یکی از فضاهای نمونه هم‌شانس یا غیرهم‌شانس، توانایی تشخیص و لیست کردن همه حالت‌های ممکن را داشته‌اند. حدود ۳۶ درصد از دانشجومعلمان در سطح تک‌ساختاری قرار دارند؛ این افراد فقط در یکی از فضاهای نمونه (عمدتاً فضای هم‌شانس)، همه حالت‌های ممکن از یک آزمایش تصادفی را به صورت کامل مشخص کرده‌اند. حدود ۳۲درصد از مشارکت‌کنندگان نیز در سطح چندساختاری دسته‌بندی شده‌اند؛ به این معنا که توانسته‌اند یکی از فضاهای نمونه را به درستی تعیین کنند، اما در فضای نمونه دیگر، با وجود اینکه برخی داده‌ها را تشخیص داده‌اند، ولی چون همه داده‌ها را در یک کل یکپارچه تشخیص نداده‌اند، موفق به یافتن پاسخ نهایی نشده‌اند. در نهایت، تقریباً ۳۱ درصد از اعضای گروه نمونه در سطح رابطه‌ای عمل کرده‌اند؛ در واقع این افراد در هر دو فضای نمونه با درک و توجه به همه داده‌های موجود و نیز ارتباط بین آنها، موفق شده‌اند، همه نتایج ممکن را تحت عنوان فضای نمونه لیست و هم‌چنین، تعداد اعضای آن را تعیین کنند.

اگر به رشته تحصیلی مشارکت‌کنندگان در دوران دبیرستان هم توجه شود، هرچند فراوانی هر رشته برابر نیست ولی بر اساس درصد فراوانی نسبی، مشخص است که فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی و فیزیک عملکرد بهتری از رشته‌های علوم تجربی و علوم انسانی داشته‌اند؛ به طوری که بیش از نیمی از آنها به درستی هر دو فضای نمونه را تکمیل کرده و پاسخی در سطح رابطه‌ای ارائه کرده‌اند. رشته علوم انسانی و علوم تجربی در درک فضای نمونه تقریباً به یک اندازه پاسخ‌هایی در سطح رابطه‌ای (کامل) ارائه داده‌اند و لذا تفاوت محسوسی در عملکرد آنها قابل تشخیص نیست. نمونه‌ای از یک پاسخ تک‌ساختاری در شکل ۲ به تصویر کشیده شده است. این دانشجو برای فضای نمونه هم‌شانس، همه برآمدها و تعداد آنها را به درستی مشخص کرده ولی در سؤال مربوط به تعیین برآمدها و تعداد اعضای فضای نمونه غیرهم‌شانس، هیچ پاسخی ارائه نکرده است.

فضای نمونه هم‌شانس

۱- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم.

الف) فضای نمونه این آزمایش را تشکیل دهید و تعداد اعضای آن را بنویسید.

$(۶)^{۲} \Rightarrow n(S)=۳۶$

(۱,۱) (۱,۲) (۱,۳) (۱,۴) (۱,۵) (۱,۶)
(۲,۱) (۲,۲) (۲,۳) (۲,۴) (۲,۵) (۲,۶)
(۳,۱) (۳,۲) (۳,۳) (۳,۴) (۳,۵) (۳,۶)
(۴,۱) (۴,۲) (۴,۳) (۴,۴) (۴,۵) (۴,۶)
(۵,۱) (۵,۲) (۵,۳) (۵,۴) (۵,۵) (۵,۶)
(۶,۱) (۶,۲) (۶,۳) (۶,۴) (۶,۵) (۶,۶)

فضای نمونه غیرهم‌شانس

- علی و حسین یک بازی شانسی انجام می‌دهند؛ به این صورت که ابتدا چرخنده زیر را می‌چرخانند. اگر عقربه روی بخش رنگی ایستاد، یک سکه سالم و در غیر این صورت یک تاس شش وجهی سالم، پرتاب می‌شود. علی در صورتی برنده می‌شود که سکه رو بیاید و حسین در صورتی برنده می‌شود که تاس فرد بیاید.

الف) فضای نمونه این بازی را مشخص کنید و تعداد اعضای آن را بنویسید.

شکل ۲. یک نمونه پاسخ در سطح تک‌ساختاری مربوط به درک مفهوم فضای نمونه

۲- درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم احتمال وقوع یک پیشامد، در چه سطحی از مدل سولو قرار دارد؟

عملکرد مشارکت‌کنندگان در درک مفهوم احتمال وقوع یک پیشامد در جدول ۴ ارائه شده است.

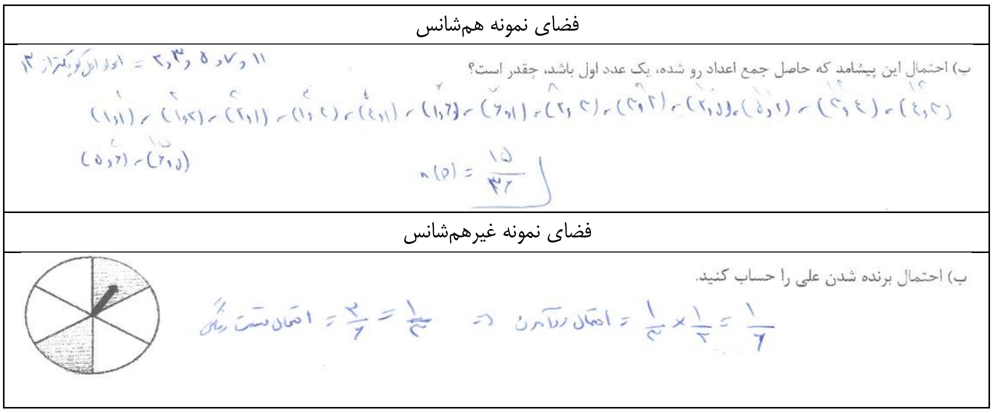
جدول۴. عملکرد دانشجومعلمان در پاسخگویی به تکالیف مربوط به مفهوم احتمال وقوع

سطوح تفکر	انسانی		تجربی		ریاضی		مجموع	
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
پیش‌ساختاری	۱۴	۲۰/۹	۱	۲/۱	۱	۴/۸	۱۶	۱۱/۷
تک‌ساختاری	۲۵	۳۷/۳	۱۳	۲۶/۵	۷	۳۳/۳	۴۵	۳۲/۸

چندساختاری	۱۲	۱۷/۹	۱۰	۲۰/۴	۴	۱۹	۲۶	۱۹
رابطه‌ای	۱۶	۲۳/۹	۲۵	۵۱	۹	۴۲/۹	۵۰	۳۶/۵
مجموع	۶۷	۴۸/۹	۴۹	۳۵/۸	۲۱	۱۵/۳	۱۳۷	۱۰۰

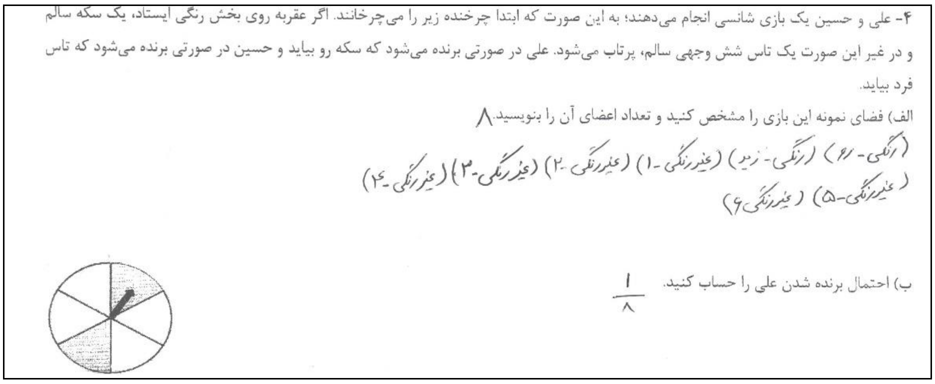
همان‌گونه که در جدول ۴ قابل مشاهده است، در درک مفهوم احتمال وقوع یک پیشامد، حدود ۱۲درصد از مشارکت‌کنندگان در سطح پیش‌ساختاری قرار دارند. این دانشجویان، برای هیچ یک از فضاهای نمونه غیرهم‌شانس و حتی هم‌شانس موفق به محاسبه صحیح احتمال وقوع پیشامد مفروض نشده‌اند و لذا در پایین ترین سطح ممکن قرار گرفته‌اند. تقریباً ۳۳درصد از دانشجومعلمان نیز به عنوان تک‌ساختاری دسته‌بندی شده اند؛ یعنی فقط در یکی از فضاهای نمونه، احتمال وقوع پیشامد مفروض را به درستی محاسبه کرده‌اند. در محاسبه احتمال، نزدیک به ۱۹درصد از مشارکت‌کنندگان در سطح چندساختاری پاسخ داده‌اند؛ یعنی احتمال پیشامدهای داده شده را در یکی از فضاهای نمونه به درستی محاسبه کرده‌اند ولی در فضای دیگر به دلیل عدم تمرکز بر همه داده‌ها، موفق به یافتن میزان احتمال نشده‌اند. حدود ۳۶درصد، از مشارکت‌کنندگان در سطح رابطه‌ای دسته‌بندی شدند. این دانشجویان با تمرکز و درک همه داده‌های مفروض در مسئله، توانسته بودند، احتمال وقوع پیشامد را، هم در فضای نمونه هم‌شانس، و هم در فضای نمونه غیرهم‌شانس به درستی محاسبه کنند.

از حیث رشته تحصیلی در دبیرستان نیز فارغ‌التحصیلان رشته علوم تجربی این بار عملکرد بهتری داشتند و بیش از ۵۰ درصد آنها موفق به پاسخی در سطح رابطه‌ای شدند. عملکرد فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی و فیزیک هم نزدیک به رشته علوم تجربی بود و حدود ۴۳ درصد آنها پاسخ‌های کامل داده بودند. اما دانشجویانی که در رشته علوم انسانی تحصیل کرده بودند، عملکرد ضعیف‌تری نسبت به دو رشته دیگر داشتند و تنها حدود ۲۵درصد از آنها توانسته بودند پاسخی در سطح رابطه‌ای بدهند. یک نمونه پاسخ رابطه‌ای در شکل ۳ ارائه شده است. این دانشجو در هر دو فضای نمونه هم‌شانس و غیرهم‌شانس، با انتخاب راهبرد صحیح، موفق به تعیین دقیق احتمال وقوع پیشامد مطلوب شده است.



شکل ۳. یک نمونه پاسخ در سطح رابطه‌ای مربوط به درک مفهوم احتمال وقوع پیشامد

نکته قابل توجهی که در محاسبه احتمال یک پیشامد در موقعیت غیرهم‌شانس در چند مورد مشاهده شد، این بود که تعدادی از دانشجویان با اینکه توانسته بودند لیست تمام حالت‌های ممکن مربوط به فضای غیرهم‌شانس را که ۸ عضو داشت، تعیین کنند ولی برای محاسبه شانس دو بازیکن، به جای ضرب کردن احتمال‌ها، برای یافتن احتمال یک پیشامد مرکب (چندمرحله‌ای)، از فرمول احتمال کلاسیک استفاده کرده بودند و با تقسیم حالت‌های مطلوب به کل حالت‌های ممکن، به پاسخ نادرست رسیده بودند. یک نمونه از این نوع پاسخ‌ها، قسمت (ب)، در شکل ۴ قابل مشاهده است.


۴- علی و حسین یک بازی شانسی انجام می‌دهند؛ به این صورت که ابتدا چرخنده زیر را می‌چرخانند. اگر عقربه روی بخش رنگی ایستاد، یک سکه سالم و در غیر این صورت یک تاس شش وجهی سالم، پرتاب می‌شود. علی در صورتی برنده می‌شود که سکه رو بیاید و حسین در صورتی برنده می‌شود که تاس فرد بیاید.

الف) فضای نمونه این بازی را مشخص کنید و تعداد اعضای آن را بنویسید. ۸

(رنگی - رو) (رنگی - زیر) (غیررنگی -۱) (غیررنگی -۲) (غیررنگی -۳) (غیررنگی -۴)
(غیررنگی -۵) (غیررنگی ۶)

ب) احتمال برنده شدن علی را حساب کنید. $\frac{۱}{۸}$

شکل ۴. استفاده نادرست از رابطه کلاسیک احتمال در محاسبه احتمال پیشامد مرکب

۳- درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم عادلانه بودن، در چه سطحی از مدل سولو قرار دارد؟

عملکرد مشارکت‌کنندگان در درک مفهوم عادلانه بودن یا نبودن بازی‌های شانسی، در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول۵. عملکرد دانشجومعلمان در پاسخگویی به تکالیف مربوط به مفهوم عادلانه بودن

سطوح تفکر	انسانی		تجربی		ریاضی		مجموع	
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
پیش‌ساختاری	۹	۱۳/۴	۱	۲/۱	۰	۰	۱۰	۷/۳
تک‌ساختاری	۲۰	۲۹/۹	۱۱	۲۲/۴	۶	۲۸/۶	۳۷	۲۷
چندساختاری	۲۹	۴۳/۳	۱۴	۲۸/۶	۱۰	۴۷/۶	۵۳	۳۸/۷
رابطه‌ای	۹	۱۳/۴	۲۳	۴۶/۹	۵	۲۳/۸	۳۷	۲۷
مجموع	۶۷	۴۸/۹	۴۹	۳۵/۸	۲۱	۱۵/۳	۱۳۷	۱۰۰

در این مقوله، بر اساس جدول ۵ نزدیک به ۷درصد از گروه نمونه، در سطح پیش‌ساختاری قرار گرفته‌اند. این افراد، نه در فضای نمونه هم‌شانس و نه در فضای نمونه غیرهم‌شانس، موفق به ارائه پاسخ صحیح نشدند

و اساساً یا پاسخی ننوشتند یا پاسخ‌های آنها بی‌ارتباط بود. ۲۷درصد از دانشجویان پاسخ‌هایی در سطح تک ساختاری ارائه کرده بودند، یعنی فقط در یکی از دو فضای مفروض موفق به تعیین صحیح عادلانه بودن یک بازی شده بودند. در سطح چندساختاری، شاهد بیشترین فراوانی هستیم؛ به این صورت که حدود ۴۰ درصد از مشارکت‌کنندگان در این سطح قرار گرفته‌اند. این دانشجویان در یکی از فضاهای نمونه، عادلانه بودن/ نبودن را به درستی تعیین کرده بودند، ولی در دیگر فضای نمونه، به دلیل عدم تمرکز بر کل داده‌ها، موفق به ارائه پاسخ صحیح نشده بودند. نهایتاً، ۲۷درصد از دانشجویان در بالاترین سطح موجود، یعنی رابطه‌ای عمل کرده بودند. آنها در هر دو سؤال، به درستی عادلانه بودن/ نبودن یک بازی را تشخیص داده بودند.

بررسی نتایج بر حسب رشته تحصیلی مشارکت‌کنندگان در دبیرستان نشان داد که فارغ‌التحصیلان رشته علوم تجربی در این مفهوم احتمالاتی نیز عملکرد بهتری از دو رشته دیگر داشتند و نزدیک به نیمی از آنها پاسخ‌هایی در سطح رابطه‌ای ارائه کرده بودند. در درک مفهوم عادلانه بودن فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی و فیزیک چندان موفق نبودند و عملکرد آنها بیشتر به عملکرد فارغ‌التحصیلان رشته علوم انسانی نزدیک بود تا علوم تجربی؛ به این صورت که حدود ۲۵درصد از دانش‌آموختگان رشته ریاضی و فیزیک و حدود ۱۴ درصد از رشته علوم انسانی موفق به ارائه پاسخ کامل و صحیح شده بودند. یک نمونه پاسخ چندساختاری در شکل ۵ آمده است. این دانشجو در فضای نمونه هم‌شانس، با تعیین درستِ احتمال وقوع دو پیشامد و مقایسه آنها، عادلانه نبودن بازی را تشخیص داده است. در فضای نمونه غیر هم‌شانس نیز به درستی، عادلانه نبودن بازی را تشخیص داده ولی راهبردی که او را به پاسخ درست رسانده، اشتباه است و می‌توان گفت درک او از نحوه محاسبه احتمال در فضای نمونه غیرهم‌شانس، کامل نیست.

فضای نمونه هم‌شانس
پ) اگر مجموع أعداد رو شده ۴ باشد، سپهر و اگر مجموع اعداد رو شده ۵ باشد، رضا برنده می‌شود. آیا این بازی عادلانه است- یعنی دو نفر شانس مساوی برای برنده شدن دارند- ؟ استدلال خود را توضیح دهید. سپهر = {(۱,۳)(۲,۲)(۳,۱)} ⟹ احتمال = ۳/۳۶ رضا = {(۱,۴)(۲,۳)(۳,۲)(۱,۴)} ⟹ احتمال = ۴/۳۶ این بازی عادلانه نیست چون احتمال برنده شدن رضا در این بازی بیشتر است *
فضای نمونه غیرهم‌شانس
پ) آیا این بازی عادلانه است؟ چرا؟ خیر چون احتمال برنده شدن هردو یکسان نیست پس بازی عادلانه نیست چون احتمال برنده شدن علی ۱/۸ و احتمال برنده شدن حسین ۳/۸ است.

شکل ۵. یک نمونه پاسخ در سطح چندساختاری مربوط به درک مفهوم عادلانه بودن

۴- درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم مقایسه احتمال‌ها، در چه سطحی از مدل سولو قرار دارد؟

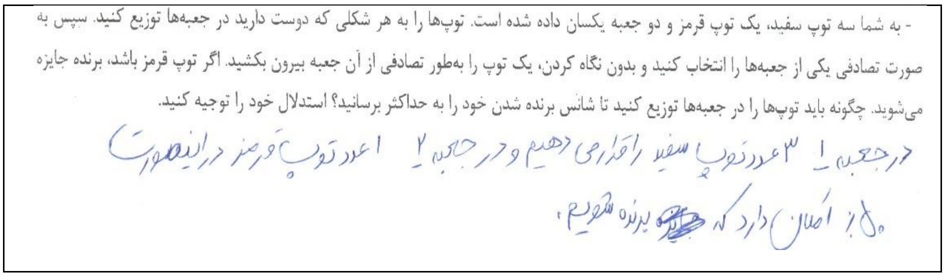
عملکرد مشارکت‌کنندگان در درک مفهوم مقایسه احتمال‌ها، در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول۶. عملکرد دانشجومعلمان در پاسخگویی به تکالیف مربوط به مفهوم مقایسه احتمال

سطوح تفکر	انسانی		تجربی		ریاضی		مجموع	
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
پیش‌ساختاری	۲۷	۴۰/۳	۱۰	۲۰/۴	۳	۱۴/۳	۴۰	۲۹/۲
تک‌ساختاری	۲۵	۳۷/۳	۲۴	۴۹	۸	۳۸/۱	۵۷	۴۱/۶
چندساختاری	۴	۶	۲	۴/۱	۱	۴/۸	۷	۵/۱
رابطه‌ای	۱۱	۱۶/۴	۱۳	۲۶/۵	۹	۴۲/۸	۳۳	۲۴/۱
مجموع	۶۷	۴۸/۹	۴۹	۳۵/۸	۲۱	۱۵/۳	۱۳۷	۱۰۰

همان‌گونه که در جدول ۶ مشهود است، نزدیک به ۳۰ درصد مشارکت‌کنندگان در درک مفهوم مقایسه احتمال‌ها در سطح پیش‌ساختاری قرار دارند. این یعنی آنها نتوانسته‌اند احتمال را حتی برای یکی از حالت‌های توزیع توپ در جعبه‌ها حساب کنند و لذا، یا پاسخ نداده‌اند یا پاسخ ارائه شده بی‌ربط و نادرست بوده است. بیشترین فراوانی در این سؤال مربوط به سطح تک‌ساختاری است و حدود ۴۱ درصد از افراد گروه نمونه، احتمال را فقط برای یکی از حالت‌های توزیع توپ در جعبه‌ها محاسبه کرده بودند و قاعدتاً به پاسخ دقیق و منطقی دست نیافته‌اند. سطح چندساختاری مربوط به دانشجویانی است که احتمال را حداقل برای دو حالت از توزیع توپ‌ها محاسبه کرده‌اند، ولی چون ارتباط بین آنها را به درستی درک نکرده‌اند، به پاسخ درست نرسیده‌اند. حدود ۵ درصد از مشارکت‌کنندگان در این سطح قرار گرفته‌اند. پایین بودن فراوانی این سطح می‌تواند به این علت باشد که اکثر افرادی که توانسته بودند حداقل دوحالت از کل حالت‌ها را بررسی و احتمال آن را درک کنند، موفق به تعیین حالت مطلوب نیز شده بودند. ۲۴درصد از دانشجویان نیز در بالاترین سطح موجود، یعنی رابطه‌ای قرار گرفتند. این افراد نه تنها احتمال را حداقل برای دو حالت از توزیع توپ‌ها به درستی محاسبه کرده بودند بلکه با درک درست از مجموع داده‌ها و با استدلال کمّی دقیق، توانسته بودند حالت بیشینه را به طور صحیح تعیین نمایند.

اگر رشته تحصیلی را مدنظر قرار دهیم، به عملکرد بهتر دانش آموختگان رشته ریاضی و فیزیک پی خواهیم برد. در درک مفهوم مقایسه احتمال‌ها، نزدیک به ۴۳ درصد از آنها موفق به پاسخ کامل و در سطح رابطه‌ای شدند. هم‌چنین، ۲۷درصد از فارغ‌التحصیلان رشته علوم تجربی به تکلیف مربوط به مقایسه احتمال‌ها بودن پاسخ کامل و صحیح دادند. دانش‌آموختگان رشته علوم انسانی مانند مفاهیم دیگر، پایین‌ترین عملکرد را از خود بروز دادند و فقط حدود ۱۶درصد از آنها توانستند در بالاترین سطح، یعنی سطح رابطه‌ای، عمل کنند. یک نمونه از پاسخ‌های تک‌ساختاری در پاسخ به سؤال مربوط به مقایسه احتمال‌ها در شکل ۶ مشهود است. این دانشجو، فقط یکی از حالت‌های توزیع توپ‌ها را در نظر گرفته و سایر توزیع‌ها و نیز مقایسه احتمال آنها را بررسی نکرده است.


- به شما سه توپ سفید، یک توپ قرمز و دو جعبه یکسان داده شده است. توپ‌ها را به هر شکلی که دوست دارید در جعبه‌ها توزیع کنید. سپس به صورت تصادفی یکی از جعبه‌ها را انتخاب کنید و بدون نگاه کردن، یک توپ را به‌طور تصادفی از آن جعبه بیرون بکشید. اگر توپ قرمز باشد، برنده جایزه می‌شوید. چگونه باید توپ‌ها را در جعبه‌ها توزیع کنید تا شانس برنده شدن خود را به حداکثر برسانید؟ استدلال خود را توجیه کنید.

در جعبه ۱ ۳ عدد توپ سفید را قرار می دهیم و در جعبه ۲ ۱ عدد توپ قرمز در اینصورت ۵۰٪ احتمال دارد که برنده شویم،

شکل ۶. یک نمونه پاسخ در سطح تک‌ساختاری مربوط به درک مفهوم مقایسه احتمال‌ها

۵- درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم احتمال شرطی، در چه سطحی از مدل سولو قرار دارد؟

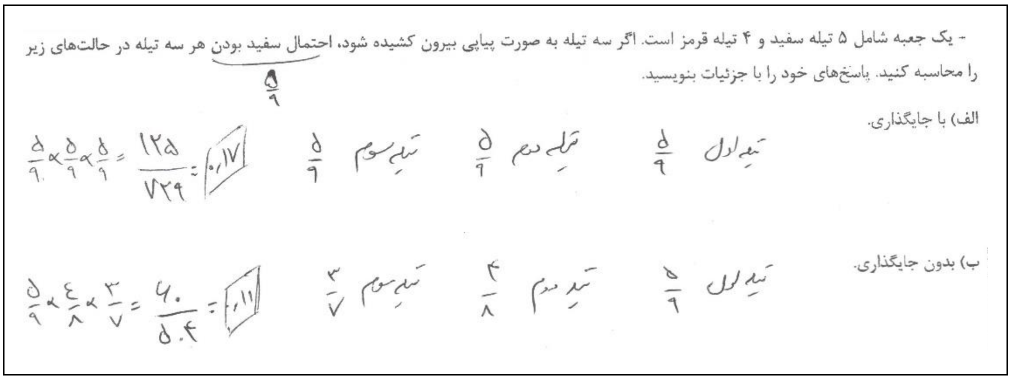
عملکرد مشارکت‌کنندگان در درک مفهوم احتمال شرطی، در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول۷. عملکرد دانشجومعلمان در پاسخگویی به تکالیف مربوط به مفهوم احتمال شرطی

سطوح تفکر	انسانی		تجربی		ریاضی		مجموع	
	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد	فراوانی	درصد
پیش‌ساختاری	۲۹	۴۳/۳	۱۶	۳۲/۷	۱	۴/۸	۴۶	۳۳/۶
تک‌ساختاری	۱۸	۲۶/۹	۶	۱۲/۲	۳	۱۴/۳	۲۷	۱۹/۷
چندساختاری	۶	۸/۹	۶	۱۲/۲	۵	۲۳/۸	۱۷	۱۲/۴
رابطه‌ای	۱۴	۲۰/۹	۲۱	۴۲/۹	۱۲	۵۷/۱	۴۷	۳۴/۳
مجموع	۶۷	۴۸/۹	۴۹	۳۵/۸	۲۱	۱۵/۳	۱۳۷	۱۰۰

در این پژوهش درک مفهوم احتمال شرطی به معنای درک و یافتن تغییر/عدم تغییر در احتمال وقوع یک پیشامد با وقوع یک پیشامد دیگر است. آن‌طور که در جدول ۷ ارائه شده است، درک حدود ۳۴ درصد از دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفهوم احتمال شرطی، در سطح پیش‌ساختاری قرار دارد؛ یعنی یا پاسخی ارائه نشده یا به هیچ یک از حالت‌های با جایگذاری و بدون جایگذاری، پاسخ صحیح نداده‌اند. نزدیک به ۲۰ درصد از دانشجومعلمان پاسخ‌هایی در سطح تک‌ساختاری ارائه کرده‌اند. این دانشجویان فقط اعداد یا فقط عملیات را درست نوشته‌اند و چون تنها بر یک بخش از داده‌ها تمرکز و تسلط داشتند، پاسخ آنها در سطح تک‌ساختاری قرار گرفته است. حدود ۱۲ درصد از اعضای گروه نمونه نیز در سطح چندساختاری قرار گرفته‌اند. این دانشجویان به یکی از حالت‌های با جایگذاری یا بدون جایگذاری، پاسخ درست داده‌اند، ولی در روش دیگر اعداد یا عملیات را اشتباه تشخیص داده‌اند. هم‌چنین، دانشجویانی که اعداد و عملیات را به درستی تشخیص داده ولی به جواب صحیح دست نیافته بودند، در این سطح دسته‌بندی شدند. تقریباً ۳۴ درصد از دانشجومعلمان نیز در سطح رابطه‌ای قرار گرفتند. این افراد در دو روش با جایگذاری و بدون جایگذاری، با درک صحیح از احتمال وقوع پیشامدها، اعداد و عملیات را به درستی تشخیص داده و به پاسخ صحیح دست یافته‌اند.

اگر عملکرد دانشجومعلمان در درک مفهوم احتمال شرطی را بر اساس رشته تحصیلی آنها در دبیرستان نگاه کنیم، این بار نیز کفه ترازو به سمت دانش‌آموختگان رشته ریاضی و فیزیک است؛ جایی که نزدیک به ۶۰ درصد از آنها توانسته‌اند پاسخی صحیح و در سطح رابطه‌ای ارائه کنند. فارغ‌التحصیلان رشته علوم تجربی نیز عملکرد نسبتاً مطلوبی داشته‌اند؛ چرا که حدود ۴۳ درصد از آنها موفق به ارائه پاسخ رابطه‌ای شده‌اند. در این مفهوم مجدداً فارغ‌التحصیلان رشته علوم انسانی پایین‌ترین عملکرد را داشتند و تنها حدود ۲۱ درصد از آنها پاسخی در سطح رابطه‌ای نوشته بودند. یک نمونه از پاسخ‌های رابطه‌ای به تکالیف مربوط به احتمال شرطی، در شکل ۷ نشان داده شده است. دانشجویی که این پاسخ را ارائه داده است، با درک روش‌های جایگذاری و بدون جایگذاری در موقعیت‌های آزمایشیِ مهره و کیسه و هم‌چنین، فرایندی که در هر کدام اتفاق می‌افتد، احتمال مطلوب را در هر دو حالت به درستی محاسبه کرده است.


- یک جعبه شامل ۵ تیله سفید و ۴ تیله قرمز است. اگر سه تیله به صورت پیاپی بیرون کشیده شود، احتمال سفید بودن هر سه تیله در حالت‌های زیر را محاسبه کنید. پاسخ‌های خود را با جزئیات خود بنویسید.

$\frac{۵}{۹}$

الف) با جایگذاری.

تیله اول $\frac{۵}{۹}$ تیله دوم $\frac{۵}{۹}$ تیله سوم $\frac{۵}{۹}$ $\frac{۵}{۹}\times\frac{۵}{۹}\times\frac{۵}{۹}=\frac{۱۲۵}{۷۲۹}=\boxed{۰٫۱۷}$

ب) بدون جایگذاری.

تیله اول $\frac{۵}{۹}$ تیله دوم $\frac{۴}{۸}$ تیله سوم $\frac{۳}{۷}$ $\frac{۵}{۹}\times\frac{۴}{۸}\times\frac{۳}{۷}=\frac{۶۰}{۵۰۴}=\boxed{۰٫۱۱}$

شکل ۷. یک نمونه پاسخ در سطح رابطه‌ای مربوط به درک مفهوم احتمال شرطی

بحث و نتیجه‌گیری

دانش محتوایی معلمان دوره ابتدایی از مفاهیم ریاضی از جمله در مبحث احتمال، اولین و شاید مهمترین مؤلفه برای تدریس مناسب ریاضی در کلاس‌های درس است (Stohl, 2005; Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2018; Dentom, 2023). تا زمانی‌که خودِ معلم، درک کامل و همه‌جانبه از موضوعات موجود در کتاب‌های درسی نداشته باشد، امکان تدریس با کیفیت و معنادار احتمال وجود نخواهد داشت. بخش اعظم این دانش باید در دوره تربیت معلم در دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدائی ایجاد شود. لذا، این پژوهش با هدف بررسی درک دانشجومعلمان دوره کارشناسی آموزش ابتدایی از مفاهیم احتمال انجام شد تا مشخص شود، درک گروه نمونه از مفاهیم اساسی احتمال در چه سطحی است. به این منظور، آزمونی محقق ساخته تهیه و اجرا شد و پاسخ‌های دانشجومعلمان به آزمون با استفاده از مدل سولو تحلیل و دسته‌بندی شد.

نتایج کلی تحلیل داده‌ها حاکی از آن است که در هیچ یک از مفاهیم پنج‌گانه احتمال که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت، دانشجویان عملکرد قابل قبولی نداشتند و درصد فراوانی نسبیِ پاسخ‌های کامل که در سطح رابطه‌ای قرار می‌گیرد، در هر مفهوم احتمالاتی، زیر ۴۰ درصد است. در درک مفهوم فضای نمونه، حدود

۳۱ درصد از اعضای گروه نمونه موفق به ارائه پاسخ‌های کامل شدند و در سطح رابطه‌ای قرار گرفتند. هم‌چنین، تنها حدود ۳۷درصد از مشارکت‌کنندگان در پاسخ به سؤالات مربوط به محاسبه احتمال، توانستند پاسخی در سطح رابطه‌ای ارائه دهند. درک دانشجومعلمان از عادلانه بودن یک بازی نیز شرایط بهتری نداشت و در این مفهوم هم فقط ۲۷درصد از کل اعضای گروه نمونه پاسخ کامل ارائه کردند. در مقایسه احتمال، به نسبت سایر مفاهیم احتمالاتی، شاهد پایین‌ترین میزان پاسخ کامل بودیم. چرا که فقط حدود ۲۵درصد از مشارکت‌کنندگان، پاسخ‌هایی کامل ارائه داده بودند. در نهایت، حدود ۳۴ درصد از دانشجومعلمان ابتدایی به سؤالات مربوط به احتمال شرطی، پاسخی در سطح رابطه‌ای ارائه داده بودند. نتایج این مطالعه همسو با نتایج پژوهش‌های Kaedi (2017) و Alonso-Castaño et al (2021) است که دانش محتوایی دانشجومعلمان از احتمال را نامطلوب توصیف کرده‌اند.

اگر نتایج را بر اساس رشته تحصیلی مشارکت‌کنندگان، در دوران دبیرستان و پیش از ورود به دانشگاه فرهنگیان بررسی کنیم، مشخص می‌شود که در پاسخ‌گویی به سؤالات مربوط به پنج مفهوم احتمالاتی، دانش‌آموختگان رشته‌های ریاضی و فیزیک و علوم تجربی عملکرد نزدیک به هم داشته و اختلاف محسوسی با دانش‌آموختگان رشته علوم انسانی در دبیرستان دارند. به این صورت که در درک سه مفهومِ فضای نمونه، مقایسه احتمال‌ها و احتمال شرطی، فارغ‌التحصیلان رشته ریاضی و فیزیک بهترین عملکرد را از خود نشان دادند و در دو مفهوم دیگر، یعنی احتمال وقوع یک پیشامد و عادلانه بودن، فارغ‌التحصیلان رشته علوم تجربی عملکرد بهتری داشتند و فارغ‌التحصیلان رشته علوم انسانی، در هر ۵ مفهوم، ضعیف‌ترین عملکرد را داشتند. با توجه به اینکه این مطالعه در یکی از استان‌های کشور به انجام رسیده و تعمیم آن به سایر استان‌ها با احتیاط همراه است، اما در مجموع، اختلاف در عملکرد دانش‌آموختگان رشته علوم انسانی در دوره دبیرستان حاوی پیام‌هایی برای مسئولین مربوطه است که در ادامه بدان اشاره خواهد شد. در یک نگاه کلی، میزان پاسخ‌های صحیح ارائه شده به سؤالات احتمال و درصد فراوانی نسبی افرادی که پاسخ‌های کامل و صحیح در سطح رابطه‌ای دادند، رضایت‌بخش به نظر نمی‌رسد.

در تبیین نتایج به دست آمده از این مطالعه، حداقل به دو عامل اساسی می‌توان اشاره داشت. اولین عامل، رشته تحصیلی دانشجومعلمان، در دوره دبیرستان است. دانشجومعلمان از طریق آزمون سراسری وارد دانشگاه فرهنگیان می‌شوند تا پس از گذراندن دروس مصوب در برنامه درسی، به عنوان معلمان دوره ابتدایی به تدریس در دبستان‌ها مشغول شوند. این افراد در دوره ابتدایی ملزم به تدریس دروس گوناگون از جمله ریاضی هستند. این در حالی است که تعداد زیادی از این افراد در رشته علوم انسانی مشغول به تحصیل بوده و دیپلم علوم انسانی دارند. اکثر این افراد حداقل به یکی از دو دلیل زیر یا هر دو، دانش قابل قبول و عملکرد مطلوبی در ریاضی ندارند. نخست اینکه اغلب آنها اذعان می‌دارند که چون در دوره اول متوسطه، علاقه‌ای به ریاضی نداشته‌اند یا نتایج خوبی در این درس کسب نکرده‌اند، به رشته علوم انسانی آمده‌اند. افزون بر این، حجم و سطح ریاضیاتی که در رشته علوم انسانی تدریس می‌شود، در مقایسه با رشته ریاضی و فیزیک و حتی علوم تجربی، محدودتر است.

دومین عامل اساسی، محتوا و کیفیت تدریس درس «ریاضیات پایه» است. بر اساس برنامه درسی رشته آموزش ابتدایی (۱۳۹۹)، درس ریاضیات پایه و پیش‌نیاز سه درس مبانی آموزش ریاضی، آموزش ریاضی ۱ و

آموزش ریاضی ۲ است. در معرفی و بیان منطق درس مذکور در این سند آمده: «دانستن مفاهیم ریاضیات پایه برای معلمان ریاضی مقطع ابتدایی امری لازم و ضروری است. در این درس دانشجومعلمان با تمام مفاهیم ریاضی که در ریاضیات تدریس خواهند کرد، درگیر شده و بر آنها مسلط می‌گردند». با وجود اهداف قصدشده مناسب برای درس ریاضیات پایه در برنامه درسی رشته آموزش ابتدایی، همان‌گونه که در خود سند نیز آمده، منبع اصلی برای تدریس، که اهداف قصد شده را پوشش دهد تهیه نشده است. این امر سبب شده که آموزشگرانِ درس ریاضیات پایه، بر حسب تجربه و سلیقه خود عمل کرده و برخی محتواها را حذف و یا به صورت حداقلی تدریس کنند.

پژوهشگران این مطالعه بر اساس نتایج به دست آمده، پیشنهاد می‌کنند که یک درس ریاضی جبرانی برای دانشجومعلمانی که دانش‌آموخته رشته علوم انسانی در دبیرستان هستند، تعریف شود تا این دانشجویان فرصت بیشتری برای آشنایی و تسلط بر مفاهیم مقدماتی ریاضی، از جمله احتمال، داشته باشند. افزون بر این، ضروری است دانشگاه فرهنگیان با برنامه‌ریزی و سرمایه‌گذاری کافی، از متخصصانِ با تجربه در حوزه آموزش ریاضیات و نیز تربیت معلم جهت تدوین منبعی جامع برای درس ریاضیات پایه، که بر اساس برنامه‌درسی مربوطه بایستی شامل مفاهیم احتمال باشد، بهره گیرد؛ هم‌چنین، مدرسان این واحد درسی به محتواهای ریاضی منبع مذکور، از جمله احتمال، توجه ویژه داشته باشند.

منابع

Adeniji, S. M., Baker, P., & Schmude, M. (2022). Structure of the Observed Learning Outcomes (SOLO) model: A mixed-method systematic review of research in mathematics education. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(6), 1-17.

Alonso-Castaño, M., Alonso, P., Mellone, M., & Rodríguez-Muñiz, L. J. (2021). What Mathematical Knowledge Do Prospective Teachers Reveal When Creating and Solving a Probability Problem? *Mathematics*, 9(24), 1-16.

Álvarez-Arroyo, R., Batanero, C., & Gea, M. M. (2024). Probabilistic literacy and reasoning of prospective secondary school teachers when interpreting media news. *ZDM–Mathematics Education*, 1-14.

Ang, L. H., & Shahrill, M. (2014). Identifying students' specific misconceptions in learning probability. *International Journal of Probability and Statistics*, 3(2), 23-29.

Batanero, C. (2022). Training teachers to teach probability: A promising research area. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 729-734.

Batanero, C., & Álvarez-Arroyo, R. (2024). Teaching and learning of probability. *ZDM–Mathematics Education*, 56(1), 5-17.

Batanero, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). *Research on teaching and learning probability* (pp. 1–33). Springer Nature.

Batanero, C., & Diaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: Reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3–13.

Biggs J, Collis K (1982) *Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy. Academic*, New York.

Biggs, J & Collis, K (1991). Multimodal learning and the quality of intelligent behavior. *Intelligence: Reconceptualization and measurement*, 57-76.

Biggs, J & Tang, C (2011). *Teaching for Quality Learning at University*. Open University Press. United Kingdom.

Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2018). Reasoning with risk: Teaching probability and risk as twin concepts. In C. Batanero & E. Chernoff (Eds.), *Teaching and learning stochastics. Advances in probability education research* (pp. 3–22). Springer

Brückler, F. M., & Milin Šipuš, Ž. (2023). Pre-service mathematics teachers' understanding of conditional probability in the context of the COVID-19 pandemic. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(1), 89-104.

Denton, D. (2023). Preparing preservice teachers to teach probability and statistics to early learners: A systematic review. *Statistics Education Research Journal*, 22(2), 14-14.

Dollard, C. (2011). Preservice elementary teachers and the fundamentals of probability. *Statistics Education Research Journal*, 10(2), 27-47.

Eskandari, M., Reyhani, E., & Izadi, M. (2024). The probability concept in elementary mathematics textbooks: An analytical look at the concepts and tasks' cognitive demand levels. *A new approach to children's education quarterly*, Articles in Press, Accepted Manuscript, Available Online from 14 July 2024). [Persian]

Eskandari, M., Reyhani, E., Rahimi, Z., & Bahrami Samani, E. (2023). An Analysis of Iranian Junior High School Mathematics Textbooks Based on Different Interpretations of Probability. *Journal of Curriculum Research*. 13(1), 31-55. [Persian]

Gandhi, H. (2022). Thirty-One Teachers' Epistemic Beliefs as They Worked with Random Generators: an Explorative Study. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 645–658.

Gómez-Torres E., Díaz C., Contreras J.M., Ortiz J.J. (2018) Prospective Teachers' Probabilistic Reasoning in the Context of Sampling. In: Batanero C., Chernoff E. (eds) *Teaching and Learning Stochastics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-72871-1_20

Higher Council of Education, Ministry of Education, Educational Research and Planning Organization. *National curriculum of the Islamic Republic of Iran* (2013). [Persian]

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for research in mathematics education*, 39(4), 372-400.

Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2020). Pre-service teachers' understanding of probabilistic fairness: Analysis of decisions around task design. *International journal of mathematical education in science and technology*, 51(7), 997-1019.

Kaedi, F. (2017). *Evaluating the content knowledge and the pedagogical content knowledge's grade of preservice mathematics teachers of Farhangian university in probability*. (Unpublished master's thesis). Farhangian University, shahid Chamran Campus. [Persian]

Kahaki, A., Reihani, I., & Bahrami Samani, E. (2019). Examining 8th students' understanding of probability. *Statistical Thinking*. 47, 57-80. [Persian]

Kazak, S., & Leavy, A. (2022). The emerging interplay between subjective and objective notions of probability in young children. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(3), 538-557.

Kurt, G. & Coşkuntuncel, O. (2020). Assessment of elementary mathematics teachers' probability content knowledge in terms of different meanings of probability. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(3), 706-732.

Huerta P.M. (2018). Preparing Teachers for Teaching Probability Through Problem Solving. In: Batanero C., Chernoff E. (eds) *Teaching and Learning Stochastics*. ICME-13 Monographs. Springer, Cham.

Ministry of Science, Research and Technology, Higher Education Development and Planning Council (Farhangian University). Primary education *curriculum* (2019). [Persian]

Mooney, E. S., Langrall, C. W., & Hertel, J. T. (2014). A practitional perspective on probabilistic thinking models and frameworks. *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives*, 495-507.

Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2018). Teachers' reflection on challenges for teaching probability in the early years. In A. Leavy, M. Meletiou-Mavrotheris, & E. Paparistodemou (Eds.), *Statistics in early childhood and primary education supporting early statistical and probabilistic thinking* (pp. 201–215). Singapore: Springer.

Park, M.J., & Lee, E. (2018). Korean Preservice Elementary Teachers' Abilities to Identify Equiprobability Bias and Teaching Strategies. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-19.

Pegg, J. (20*18). Structure of the Observed Learning Outcome (SOLO) Model. In: Lerman, S. (eds) Encyclopedia of Mathematics Education.* Springer, Cham

Pegg, J., & Tall, D. (2005). The fundamental cycle of concept construction underlying various theoretical frameworks. *ZDM*, 37(6), 468-475.

Savard, A. (2014). Developing probabilistic thinking: What about people's conceptions? *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives*, 283-298.

Shamel, N.(2023*). Students' Misconceptions in Conditional Probability*. Unpublished master's thesis). Shahid Rajaee Teacher Training University, Faculty of Science Branch. [Persian]

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(3), 4–14.

Stohl H. (2005). Probability in Teacher Education and Development. In Jones G.A. (Ed.), *Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning* (pp. 345-366). Springer.

Journal of Curriculum Research
Vol.14, No.2, 2025, Ser 28

Extended Abstract

The Content Knowledge of Preservice Elementary Teachers about the Possibility: An Essential Factor in the Effective Teaching of Probability Concepts

Mojtaba Eskandari[1], Ebrahim Reyhani[2], Zahra Rahimi[3] and Ehsan Bahrami-Samani[4]

Introduction: The probability has entered the content of mathematics textbooks of Iranian schools. Simultaneously with the addition of this area of mathematics to the textbooks, it is necessary for the teachers who are responsible for teaching probability concepts to receive the appropriate training for the optimal teaching of these topics. This is because, successful teaching of probability requires adequate preparation of teachers (Batanero & Álvarez-Arroyo, 2024).

The results of some international studies indicate that teacher training curricula, especially elementary teachers, do not lead to their mastery of probability concepts, as they should (Kurt & Coşkuntuncel, 2020; Ruz et al., 2021; Batanero, 2022; Brückler & Milin Šipuš, 2023). Earlier findings suggest that there are different approaches for dealing with these difficulties, the most common of which is to prioritize the development of preservice teachers of early- or primary-age students content knowledge (Denton, 2023). The acquisition of the main part of content knowledge and knowledge of content education for teachers should happen during the teacher training period. The present study only focuses on preservice elementary teachers, as the first educators who contextualize the concepts of probability in students, to determine at what level they know the concepts of probability and to what extent they are able to correctly solve the problems that include these concepts.

Research questions: At what level of the Structure of Observed Learning Outcome (SOLO) model is the understanding of preservice elementary teachers about the probability concepts?

1. Ph.D. Student in Mathematics Education, Department of Mathematics, Faculty of Science, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.
2. Associate Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran.
3. Assistant Professor, Department of Education, Faculty of Psychology and Education, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
4. Associate Professor, Department of Statistics, Faculty of Mathematical Sciences, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran.
*. Corresponding Author: e_reyhani@sru.ac.ir

Method: This study is descriptive-survey type. The research population includes all preservice elementary teachers in the Farhangian University campuses of Markazi Province who have successfully completed the Basic Mathematics course. The research sample is 137 preservice elementary teachers from two campuses of Farhangian University in Markazi Province, who were selected by randomized clustering method. The researcher-made tool included four tasks, three of which included more than one question; in fact, students answered nine questions. These tasks were designed based on the participants' understanding of five commonly used probability concepts, namely sample space, probability of event, comparison of probabilities, fairness and conditional probability.

SOLO model was used to analyze the answers provided by preservice teachers to the test questions. In this way, based on the levels of this model, a framework was adapted by the first researcher and after its review and approval by experts in the field of mathematics education, statistics and curriculum planning, it was used as a tool for categorizing student teachers' answers.

Results: The general results of the data analysis indicate that preservice teachers did not have an acceptable performance in any of the five probability concepts investigated in this study and the relative frequency of complete answers, which is placed at the relational level, in each probability concept, is below 40%. In understanding the concept of sample space, about 31% of the sample group members managed to provide complete answers and were placed at the relational level. In addition, only about 37% of the participants were able to provide an answer at the relational level in response to the questions related to probability calculation. Student teachers' understanding of the fairness of a game was not better, and in this sense, only 27% of all members of the sample group gave a complete answer. In the probability comparison, the lowest complete response rate compared to other probability concepts was observed. Because only about 25% of the participants had provided complete answers. Finally, about 34% of the elementary student teachers had provided an answer at the relational level to the conditional probability questions. The results of this study are in line with Kaedi (2017) and Alonso-Castaño and colleagues (2021), who described the content knowledge of student teachers about probability as unfavorable.

Discussion and Conclusions: In explaining the results obtained from this study, at least two basic factors can be mentioned. The first factor is the educational background of preservice teachers in high school. The second essential factor is the quality and content of basic mathematics instruction at Farhangian University. Based on the results obtained, the authors suggest that a compensatory math lesson should be defined for preservice teachers who studied humanities in high school, so that these students have more opportunity to learn and master basic math concepts, including probability. In addition, it is necessary for Farhangian University, with sufficient planning and investment, to use experts with experience in the field of mathematics education and teacher training in order to compile a comprehensive resource for the basic mathematics course, which

according to the relevant curriculum must include the concepts of probability. moreover, the teachers of this course should pay special attention to the mathematical content of the mentioned source, including probability.
Keywords: Elementary Preservice Teachers, Elementary School, Concepts of Probability, SOLO Model, Content Knowledge.